

Dem Fehler auf der Spur – Kinder als Fehlerdetektive

"Fehler sind ein Mittel, um den richtigen Weg durch ein System, eine Struktur, ein Netz zu finden. Wir können nicht lernen, wenn wir keine Fehler machen dürfen. Die Angst vor Fehlern hindert uns daran, Neuland zu betreten. Wir flüchten uns ins Automatisieren ohne jegliche Einsicht und ohne Erkenntnisgewinn. Fehler zu machen in der Lernlandschaft, sollte ein positiver Vorgang sein, Ausgangspunkt zum Weiterlernen, zur Motivation, zum Suchen und Entdecken von Zusammenhängen.

Mit dieser Einstellung übertragen wir einen Teil der Verantwortung für das Lernen dem Lernenden selbst, das heisst, Bevormundung wird in Mündigkeit umgetauscht. Das Lehren und Lernen in gegenseitigem Austausch sollte auch in den Mathematikunterricht einfließen. Jeden Tag sollten wir eine Umgebung schaffen, die dieses Vorgehen zulässt und die passive Hinnahme mehr und mehr in aktive Forderung wandelt, welche den Willen stärkt, Informationen aufzunehmen und in Bestehendes einzubauen.™(Jost u. a., 1997, S. 34)

Aus einer solchen Einstellung zu Fehlern ergibt sich zunächst eine Aufgabe für die Unterrichtsgestaltung. Schülerfehler sind eine wichtige Orientierungshilfe für die Planung des Unterrichts und die gezielte individuelle Förderung. Dies setzt jedoch voraus, dass ein Unterrichtsklima geschaffen wird, in dem Kinder Fehler als Lernchance wahrnehmen können. Eine erste Konsequenz ist, die Bedeutung von Schülerfehlern im Unterricht gering zu halten. Gefördert wird dies z.B. durch Aufgaben, die nicht eindeutig lösbar sind, Diskussion verschiedener Rechenwege, Modellierungsaufgaben, die Entwicklung neuer Verfahren durch Schülerinnen (z.B. Entdeckung von Verfahren zur Addition von Brüchen), Eigenproduktionen sowie verbale oder schriftliche Begründungen als selbstverständlicher Bestandteil von Schülerarbeiten. Je vielfältiger solche Aufgabenstellungen sind, umso weniger kann die Leistung nach der Fehlerzahl beurteilt werden. Begründungen für solche Unterrichtsbausteine ergeben sich

natürlich nicht nur im Zusammenhang mit einem positiven Fehlerklima, sondern aus einer Orientierung an mathematischer Grundbildung und aus Qualitätskriterien für Mathematikunterricht als Konsequenz aus Ergebnissen der Lehr-Lern-Forschung (Klieme, 2003) und nicht zuletzt aus der immer besseren Verfügbarkeit von Taschenrechnern und Computeralgebrasystemen. «Wenn unser Unterricht heute darin besteht, dass wir Kindern Dinge eintrichtern, die in einem oder zwei Jahrzehnten besser von Rechenmaschinen erledigt werden, beschwören wir Katastrophen herauf.» (Freudenthal, 1974)

Insbesondere, wenn sich Schulklassen im dialogischen Lernen (Ruf/Gallin) an einen Themenbereich herantasten (Ich mache das so, wie machst du es, so machen wir es), spielt die Frage richtig oder falsch zunächst keine Rolle. Dialogisches Lernen lässt sich insofern mit naturwissenschaftlicher Theoriebildung vergleichen: Neue Theorien entstehen auf der Basis bisheriger Beobachtungen und Vorstellungen und müssen sich der Diskussion und den Ergebnissen weiterer Experimente stellen. Auch eine Theorie, die verworfen wird, kann einen wichtigen Beitrag für die weitere wissenschaftliche Entwicklung leisten.

Auch in einem an mathematischer Grundbildung orientierten Unterricht gibt es Rechenfehler. Wenn Kinder jedoch in einem entsprechenden Unterricht die Erfahrung gemacht haben, dass die Bedeutung dieser Fehler auch für eine Leistungsbeurteilung höchstens zweitrangig ist, können sie sich diesen stellen und zunehmend Selbstverantwortung für den Umgang mit ihren

Fehlern übernehmen. Schülerinnen laut denken zu lassen, gibt ihnen selbst und den Lehrpersonen «Aufschluss über den eingeschlagenen Weg und über mögliche Fehlerursachen». «Aufgabe der Fehleranalyse ist es, die Gründe, die zu Fehlern geführt haben, herauszufinden und daraus Konsequenzen zu ziehen – beides nach Möglichkeit gemeinsam mit dem Kind. Die Konsequenzen können im Sinne einer präventiven Didaktik den gesamten Unterricht betreffen. Zugleich beziehen sie sich auf das Kind im Rahmen seines persönlichen Hintergrundes und seiner Entwicklung.» (Jost u. a., 1997, S. 33, 35) Fehleranalyse ist so eine Grundlage für einen individualisierenden und förderorientierten Unterricht.

Vor allem in der Grundschule ist bei der Analyse vor allem die Lehrerin gefragt. Für die Sekundarstufe ergibt sich angesichts der zunehmenden Fehlermöglichkeiten bei fortgeschrittenem Lehrstoff die Frage, wie die Form des lauten Denkens altersgemäss weiterentwickelt werden kann. Wenn Kinder dabei zunehmend Verantwortung übernehmen, sollte für Lehrpersonen immer noch die Chance bestehen, einen Einblick in den Lernstand der einzelnen Kinder zu erhalten. Aus diesen Überlegungen entstand das «Fehler-Helfer-Blatt» (Kopiervorlage Seite 8) als Instrument für Fehlerdetektive.

Zur Arbeit mit dem Fehler-Helfer-Blatt

Während der Wiederholung der Grundrechenarten im 5. Schuljahr habe ich der Klasse in Anlehnung an die von Margarete Schmassman (Jost u. a.,

Fehler	Was ich dabei gedacht habe: Das ist daran falsch:	So geht es richtig:	Rechenart					Wie oft?
			+	-	·	:	S	
$480 - 95 = 395$	Ich habe von 480 zuerst 90 abgezogen und dann zum Ergebnis 5 dazugezählt.	$480 - 90 = 390$ $390 - 5 = 385$		x				1
$73 + \boxed{72} = 100$	Ich habe als Ergebnis 27 erhalten und beim Aufschreiben die Ziffern vertauscht.	$73 + 27 = 100$						

■ Fehler-Helfer-Blatt (Beispiel).

Abbildung 1

1997, S. 43 f.) vorgeschlagenen Methode (siehe Kasten) zunächst zwei Beispiele für falsche Lösungen vorgestellt:

Aufgabe:	Lösung:
$670 - 85$	$670 - 85 = 395$
$73 + \quad = 100$	$73 + 72 = 100$

Schritte in der Fehleranalyse

1. Eintragen des Fehlers
2. Notieren der Vermutungen
3. Nachfragen beim Kind
4. Hervorheben des vermuteten Fehlertyps
5. Überlegen von Hilfen

Die Aufforderung, als Detektive herauszufinden, was die Person bei der Lösung gedacht haben oder was der

Grund für den Fehler sein könnte, ergab unterschiedliche Vermutungen. Die meisten Kinder aber gaben die Erklärung, die in die Abbildung 1 eingetragen wurde. Nach der Besprechung übernahmen die Kinder entweder dieses Beispiel oder trugen ihre eigene Erklärung in ihr erstes Fehler-Helfer-Blatt ein.

In der Folgezeit waren sie aufgefordert, bei Fehlern in Hausaufgaben oder im Unterricht diese auf jeden Fall in die linke Spalte einzutragen und zu versuchen, herauszufinden, warum sie diesen Fehler gemacht haben. Sie konnten sich dabei von den drei Mitschülern in ihrer Tischgruppe unterstützen lassen. Auf diese ständige Aufgabe wies ich in regelmässigen Abständen hin. Durch das Einsammeln der Fehler-Helfer-Blätter ergab sich ein Überblick, welche Kinder als Fehlerdetektive erfolgreich sind und bei welchen Kindern häufigere Gespräche angebracht sind.

Der Aufbau des Fehler-Helfer-Blattes

Das Fehler-Helfer-Blatt enthält fünf Spalten. In die Spalte «Fehler» tragen die Kinder die als falsch erkannte Rechnung ein. Wenn sie als Fehlerdetektive erfolgreich waren, notieren sie ihre Denkweise oder die Fehlerart in die zweite Spalte. Ein richtiger Weg wird in der dritten Spalte aufgeschrieben. Wünschenswert ist grundsätzlich eine Erläuterung des Rechenwegs. Die beiden anderen Spalten sollen helfen, Häufungen von Fehlern in bestimmten Bereichen wahrzunehmen.

Nicht alle Kinder sind in der Lage, eigene Fehlermuster zu erkennen. Häufig schreiben sie den Text «Ich habe falsch gerechnet» in die zweite Spalte. Wenn die Kinder es möchten, können sie einen Fehler in der Klasse vorstellen, um die Fähigkeiten aller Detektive zu nutzen bzw. bei selbst erkanntem Fehlermuster herauszufinden, welche Kinder genauso gedacht hätten und welche

anderen Denkmuster zum gleichen Fehler führten. Ich bitte anfangs immer wieder erfolgreiche Detektive, ihre Ergebnisse vorzustellen. Erfahrungsgemäss sind dies eher leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler. Wenn diese ihre Fehler vorstellen, wird die Schwelle auch für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler herabgesetzt. Wer herausgefunden hat, worin der eigene Fehler bestand, hat eigene Denkmuster identifiziert und hat damit die Chance, diese zu verändern. Gleichzeitig kommen mit der Vorstellung verschiedener Fehler in der Klasse immer mehr Fehlertypen zum Vorschein, die anderen Fehlerdetektiven Anregungen für ihre Suche geben können.

Die Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler in der Arbeit mit dem Fehler-Helfer-Blatt lassen sich grob in drei Gruppen unterteilen. Einige Schülerinnen und Schüler können Fehler analysieren und die richtige Lösung erläutern. Bei anderen bleibt aufgrund fehlender Erläuterung unklar, inwieweit die Korrektur auf der Basis eines neuen bzw. reaktivierten Verständnisses vorgenommen wurde. Aussagen wie «Ich habe mich verrechnet» in der dritten Gruppe zeigen, dass eine selbstständige individuelle Arbeit mit dem Fehler-Helfer-Blatt noch nicht gelingt. Neben der Ermutigung der ersten Gruppe ist also insbesondere im letzten Fall Unterstützung durch die Lehrperson gefragt. Diese Kinder brauchen eine kurzfristige Unterstützung durch lautes Denken mit der Lehrperson oder in einer kleinen

Beispiele

- 1) Albert hat die Arbeit am Fehler-Helfer-Blatt von Anfang an sehr intensiv betrieben. Auf seinem ersten Fehler-Helfer-Blatt kommt dieser Fehlertyp dreimal vor. Auch viele Klassenkameraden subtrahierten zu Beginn des 5. Schuljahres stellenweise jeweils die grössere von der kleineren Ziffer.
- 2) Brigittes Fehler ist ähnlich. Trotzdem hat sie die Tausenderziffer um 1 vermindert, die Übertragsziffer aber nicht hingeschrieben. Möglicherweise hat sie erkannt, dass $8334 - 600$ nicht 8334 sein kann.
- 3) Bei Christians Verwechslung der Rechenarten handelt es sich um einen Schnittstellenfehler. Sollte dies häufiger vorkommen, kann die Anfälligkeit dafür durch die Arbeit mit dem Fehler-Helfer-Blatt bewusst werden.
- 4) Doris hat einen Fehler in einer Bruchrechenaufgabe, weil sie sich beim Multiplizieren verrechnet hat. Sie hat richtig beschrieben, dass der Fehler bei kleinerem Nenner hätte vermieden werden können.
- 5) Ernst zeigt, dass er eine Gemeinsamkeit bei beiden Brüchen entdeckt hat. Um beide Brüche zu 1 zu ergänzen, fehlt ein Fünftel bzw. ein Sechstel.
- 6) Grit hat entdeckt, dass sie das Komma als Trennung zweier Zahlen betrachtet hat.
- 7) Hannah aktiviert ihre Grundvorstellungen zum Multiplizieren und Dividieren.
- 8) Iris hat keine Vorstellung zur Ursache und zur Behebung des Fehlers.
- 9) Johannes beschreibt seine Situation während der Bearbeitung der Aufgabe.
- 10) Maria hat die grössere Zahl durch die kleinere geteilt, die Operation aber ansonsten richtig ausgeführt.

Gruppe. Die Durchsicht der Fehler-Helfer-Blätter kann hier die Grundlage für die Gruppeneinteilung in einer solchen anschliessenden Differenzierungsphase sein. Ergebnisse lauten Denkens können dann gemeinsam im Fehler-Helfer-Blatt festgehalten werden.

Die wiederholte Durchsicht der Fehler-Helfer-Blätter zeigt Lehrpersonen Lernfortschritte an und kann über die Rückmeldung an die Kinder Kompetenzzuwachs für sie erfahrbar machen. Beispielerläuterungen von Schülerinnen oder die gemeinsame Arbeit daran in einer Teilgruppe leisten einen Beitrag zur Förderung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit der Schülerinnen und Schüler in der mittleren Gruppe und der dritten Gruppe. Ausser diesen Hilfen zur Verschriftlichung lauten Denkens sind je nach Fehlerart individuelle Aufgaben zur Stabilisierung neu gewonnener Erkenntnisse sinnvoll. Vor allem bei häufigen Konzentrationsfehlern sollten Kontrolltechniken bzw. alternative Rechenwege trainiert werden.

Das Fehler-Helfer-Blatt soll individuelles Lernen unterstützen. Deshalb sollte es begleitend zum Unterricht oder zu Hausaufgaben oder formativen Leistungsüberprüfungen eingesetzt werden. Zur Berichtigung bei benoteten Leistungstests ist es nicht geeignet. Gerade Schüler, die aufgrund vieler Rechenfehler durch eine schlechte Note frustriert wurden, könnten einen Lernfortschritt bei einer intensiven Arbeit am Fehler-Helfer-Blatt kaum wahrnehmen. Zusammenfassend lassen sich

folgende Punkte für die Arbeit mit dem Fehler-Helfer-Blatt (FH-Blatt) festhalten:

- Das FH-Blatt fördert die Selbstverantwortung im Umgang mit Fehlern.
- Es zeigt Fähigkeiten von Schülerinnen und Schülern auf und lässt sich so als Instrument zur Einteilung von Differenzierungsgruppen nutzen.
- Die Fähigkeit zur Verschriftlichung lauten Denkens kann wie viele andere Fähigkeiten nur über längere Zeit hin entwickelt werden.
- Das FH-Blatt kann die Lehrperson zunehmend entlasten, indem immer mehr SchülerInnen selbstständig als Fehlerdetektive arbeiten.
- Das FH-Blatt kann einen Beitrag zu einem positiven Fehlerklima leisten.
- Die Arbeit mit eigenen Denkmustern und Begründungen für richtige Lösungen können Grundvorstellungen aktivieren bzw. festigen.
- Bei der Suche nach Fehlerursachen mit der gesamten Klasse oder einer Tischgruppe unterstützt es die Interaktion im Klassenraum.
- Es kann erkannt werden, dass ein Rechenfehler unterschiedliche Ursachen haben kann, und damit das Bewusstsein für Lernen als individuellen Prozess geschärft werden.
- FH-Blätter einer Klasse geben Lehrpersonen eine Rückmeldung, inwieweit Lehrziele vorangegangener Unterrichtseinheiten erreicht wurden und ob Grundvorstellungen von Schülerinnen und Schülern aktiviert werden können.

Die Idee zum Fehler-Helfer-Blatt entstand während eines Lehrgangs «Mit Fehlern muss gerechnet werden» (Ulla Krämer, Domink Jost).

Literatur:

Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung: Gutachten zur Vorbereitung des Programms «Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts», Materialien zur Bildungsplanung und Forschungsförderung Heft 60, Bonn 1997

Gallin, P./Ruf, U.: Sprache und Mathematik. – Verlag Lehrerinnen und Lehrer Schweiz, Zürich 1991

Freudenthal, H.: Mathematik als Pädagogische Aufgabe. – Klett, Stuttgart 1974

Führer, L. (Hg.): Fehler als Orientierungsmittel. – Mathematiklehren, Heft 125, Friedrich Verlag Seelze, August 2004

Ganser, u. a.: Rechenstörungen, Diagnose – Förderung – Materialien, Auer-Verlag, Donauwörth 1995,

Jost, D. u. a.: Mit Fehlern muss gerechnet werden – Mathematischer Lernprozess, Fehleranalyse, Beispiele und Übungen. – sabe-Verlag, Zürich 1992

Klieme, E./Reusser, K.: Unterrichtsqualität und mathematisches Verständnis im internationalen Vergleich. – in: Unterrichtswissenschaft. Zeitschrift für Lernforschung 31. Jahrgang 2003, Heft 3, Juventa-Verlag, Weinheim

